

文章编号: 1000-7598 (2011) 04-1077-06

基于粒子迁徙的粒群优化算法及其在 岩土工程中的应用

常晓林¹, 喻胜春^{1,2}, 马 刚¹, 周 伟¹

(1. 武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 武汉 430072; 2. 佛山市南海南源水利水电勘测设计院有限公司, 广东 佛山 528200)

摘 要: 受自然界物种迁徙的启发, 提出了一种新的改进的粒群优化算法(MPSO)。算法初始化时, 将粒子随机地划分为若干个子粒群, 每个子粒群按照给定的策略独立演化, 在演化中的指定时段进行粒子的随机迁徙和自适应变异, 以保持整个种群的多样性, 避免早熟收敛。基准测试函数的计算结果表明, MPSO 算法的性能优于其他几种改进算法。堆石体幂函数流变模型, 参数较多, 具有很强的非线性, 将 MPSO 算法应用到堆石体幂函数流变模型的参数反演中。计算结果表明, 利用反演的流变模型参数计算的坝体流变变形与实测变形在发展规律和数值上均比较吻合, 证明 MPSO 算法在多参数、强非线性的复杂模型参数反演中的优越性。

关 键 词: 流变模型; 参数反演; 粒群优化算法; 粒子迁徙; 自适应变异

中图分类号: TV 315

文献标识码: A

Particle swarm optimization based on particle migration and its application to geotechnical engineering

CHANG Xiao-lin¹, YU Sheng-chun^{1,2}, MA Gang¹, ZHOU Wei¹

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China; 2. Nanhai Nanyuan Water Conservancy and Hydropower Investigation and Design Institute Corporation Limited of Foshan City, Foshan, Guangdong 528200, China)

Abstract: Inspired by the migratory behavior in the nature, a novel migrated particle swarm optimization (MPSO) algorithm is proposed. In this new algorithm, the population is randomly partitioned into several sub-swarms, each of which is made to evolve based on particle swarm optimization with time varying inertia weight and acceleration coefficients (LPSO-TVAC). At periodic stage in the evolution, some particles randomly migrate from one complex to another to enhance the diversity of the population and avoid premature convergence. It further improves the ability of exploration and exploitation. Simulations for benchmark test functions illustrate that the proposed algorithm (MPSO) possesses better ability to find the global optima than other variants and is an effective global optimization tool. Then the new algorithm is applied to parameters inversion of rheological model of rockfill. The results show that MPSO remarkably improves the calculation accuracy and is an effective tool in parameter inversion of complex model.

Key words: rheological model; parameter inversion; particle swarm optimization (PSO) algorithm; particle migration; adaptive mutation

1 引 言

粒群算法(Particle swarm optimization, PSO)是一类基于群体的随机优化算法, 源于对简化社会模型、鸟群捕食等行为的模拟, 由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年首次提出^[1-2]。由于 PSO 算法收敛快、鲁棒性好、隐含并行性、易于实现, 首次提出后短短几年便获得很大的发展, 已广泛应用于函数优化、神经网络训练、模式分类、模糊系统控制以及其他

领域。

作为一种群体智能算法, 粒群算法也存在早熟收敛、易陷入局部最优的问题, 尤其是在复杂的多峰函数问题中^[3-4]。目前提出的一些改进 PSO 算法主要是从参数选择、自适应调整、演化策略等方面来提高算法的全局搜索和局部开发能力, 以避免早熟收敛的问题。受自然界物种迁徙的启示, 本文提出一种新的改进的粒群算法(MPSO), 将初始粒群随机地划分为若干个子粒群, 每个子粒群按照给定的

收稿日期: 2010-03-02

基金项目: 国家自然科学基金(No. 50779047)。

第一作者简介: 常晓林, 男, 1963 年生, 博士, 教授, 主要从事高坝结构设计理论与数值仿真方面的研究。E-mail: changxl@whu.edu.cn

策略独立演化。在演化过程中,加入粒子迁徙算子和自适应的变异算子,按照一定的周期进行粒子的随机迁徙和自适应变异,以保持整个粒群的多样性,避免算法出现早熟收敛。

智能优化算法已广泛应用于岩土工程,如边坡最不利滑动面的搜索、参数反演、设计优化等。李亮等^[5]采用粒子群复合形法求解复杂边坡的最小安全系数,取得了较好的结果;郭建等^[6]将变异粒子群算法与径向基函数神经网络结构进行结合对桩基动测参数进行了辨识;姜谟男等^[7]提出了一种基于支持向量机和粒子群优化算法的含水层渗流参数反馈识别方法。在岩土工程中存在很多强非线性、多参数的数值模型,如堆石体幂函数流变模型和指数函数形式的混凝土徐变模型。如何对模型参数进行识别是岩土工程中的一个基本课题,参数的精确性和可靠性直接影响到岩土工程的经济性和安全性。本文将 MPSO 算法应用到堆石体幂函数流变模型的参数反演中,得到了较好的效果。

2 粒群优化算法

2.1 标准粒群优化算法

在粒群算法中,每个粒子代表待优化问题在多维空间中的一个潜在解。每个粒子具有位置和速度两个特征,粒子位置对应的目标函数值可作为该粒子的适应度值。

PSO 算法初始化为一群随机粒子,然后通过更新粒子的位置寻找最优解。在每一次迭代中,粒子通过跟踪两个“极值”来更新自己,第一个极值是粒子本身所找到的最优解,即个体极值 $pBest$,另一个极值是整个种群目前找到的最优解,即全局极值 $gBest$ 。每个粒子根据它自身的“经验”和同伴的“经验”在问题空间中向更好的位置“飞行”,直到在整个搜索空间中找到最优解或达到最大迭代次数为止。

设在 D 维空间中,一个由 l 个粒子组成的粒群。其中第 i 个粒子的位置表示为 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$, $i = 1, 2, \dots, l$; 速度用 $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$ 表示;第 i 个粒子迄今为止经历过的最优位置,即个体极值 $pBest$ 记为 $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$,整个粒群目前搜索到的最优位置 $gBest$ 表示为 $p_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})$ 。在第 k 次迭代中,第 i 个粒子按照下式更新速度和位置:

$$v_i^{k+1} = \omega v_i^k + c_1 r_1 (p_i^k - x_i^k) + c_2 r_2 (p_g^k - x_i^k) \quad (1)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (2)$$

式中: ω 为惯性权重; c_1 、 c_2 为加速因子; r_1 、 r_2 为在 $[0, 1]$ 范围内均匀分布的随机数。式 (2) 中,第一部分为粒子先前行为的惯性,第 2 部分为“认知(cognition)”部分,表示粒子本身的思考;第 3 部分为“社会(social)”部分,表示粒子间的信息共享与相互合作。

2.2 粒群优化算法的若干改进

在 PSO 算法中,合理地调整全局搜索和局部开发的关系是提高算法性能的关键之一。Shi 和 Eberhart^[8]在标准 PSO 算法中引入了惯性权重 ω 的概念,较大的 ω 值有利于粒子充分地在搜索空间中探索,较小的 ω 值有助于粒子在当前位置的附近搜索。根据文献[3]提出的线性递减策略,在演化的早期阶段,采用较大的 ω 值,在演化后期逐渐减小 ω 值。

在群体智能算法中,提高算法性能的另一个关键是在演化的早期鼓励粒子在整个搜索空间“漫游”,不至于聚集在超级粒子周围而导致早熟收敛;在演化的后期,鼓励粒子“飞向”搜索到的最优值,以加速收敛。基于以上认识,文献[9]提出了线性变化的加速因子,在该策略中代表“认知”部分的 c_1 随迭代次数逐渐减小,代表“社会”部分的 c_2 随迭代次数逐渐增大。

在 PSO 算法中,粒群缺乏多样性是导致早熟收敛的一个重要原因。鉴于此,许多学者试图将变异算子引入到粒群算法中以保持粒群的多样性,避免早熟收敛^[10-11]。目前常用的变异算子主要是对粒群的全局极值 $gBest$ 或粒子进行变异操作。本文采用对粒子进行变异的算子,在粒群的最优位置连续 n 次迭代无变化或变化极小时,则保留历史最优粒子位置,为了不破坏当前粒子的结构和减缓收敛速度,将粒子的少部分进行扰动,以此来增强粒群的多样性,克服收敛到局部最优点的缺点,同时又不降低收敛速度和搜索精度。

2.3 基于粒子迁徙的粒群算法

针对 PSO 算法易早熟收敛、陷入局部最优值的问题,很多学者从算法参数、粒群拓扑结构、演化策略等方面提出了很多改进方法,并取得了较好效果。

受自然界物种迁徙能保持种群多样性的启示,本文提出了一种新的改进的粒群算法(MPSO)。算法初始化为一群随机粒子,然后粒子被随机划分为若干个子粒群。每个子粒群独立演化,演化策略采用了线性递减的惯性权重、线性变化的加速因子和自适应的变异算子。在演化的过程中,每隔若干迭代次数,进行一次粒子迁徙。粒子迁徙时,不仅

将粒子目前的位置代入新的粒群中, 还将粒子的个体极值 $pBest$ 引入新的粒群, 以此加强子粒群间的信息交流并提高粒群的多样性。

算法的具体流程 (见图 1) 如下:

(1) 初始化。在搜索空间中随机投放 s 个粒子。粒群规模 $s = pl$, p 为子粒群的个数, l 为子粒群的规模。计算每个粒子的适应度。

(2) 分组。将 s 个粒子随机划分到 p 个子粒群中, $S^k = \{x_1^k, x_2^k, \dots, x_l^k\}$ 表示第 k 个子粒群。

(3) 演化。对每个子粒群进行独立演化, 演化策略采用考虑了线性递减的惯性权重、线性变化的加速因子和自适应变异算子的 PSO 算法。

(4) 迁徙。如果当前的迭代次数能被设定的迁徙间隔整除, 则执行迁徙操作, 如图 2 所示。

①为每个子粒群随机分派一个互斥的索引表示该子粒群粒子迁徙的目标子粒群。②采用轮盘赌的方式, 按照粒子的适应度值选择 n 个粒子, $n = lr$, r 为粒群的迁徙率。③将待迁徙的粒子迁徙到目标子粒群中。

(5) 变异。如果子粒群最优值保持不变或者变化很小的次数 $iterN$ 超过了阈值 $iterMax$, 则执行变异操作。

(6) 更新。根据式 (1)、(2) 更新粒子的速度和位置, 计算粒子在当前位置的适应度值。如果粒子的当前位置优于个体极值 $pBest$, 则将 $pBest$ 更新为当前的位置。同样, 全局极值 $gBest$ 也被更新为粒群中的最优 $pBest$ 。

(7) 判断算法收敛准则, 如果满足则结束演化, 输出结果; 否则, 转到第 3 步。

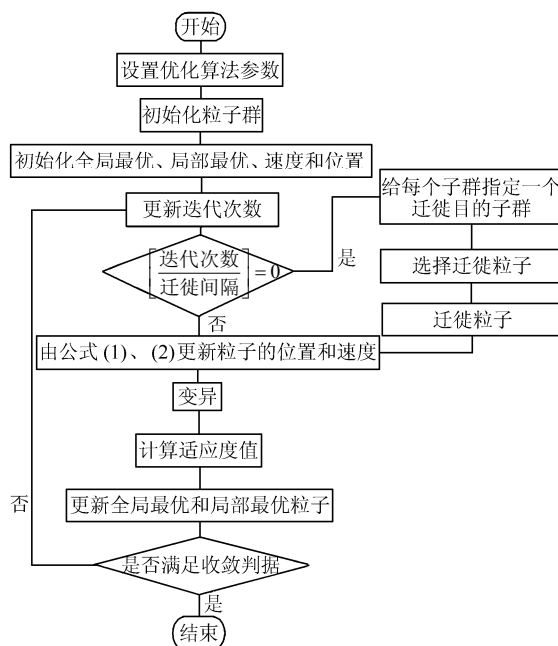


图 1 算法流程图

Fig.1 The flow chart of PSO

1079

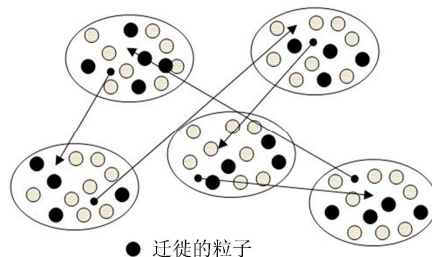


图 2 粒子迁徙示意图

Fig.2 The migration scheme

2.4 算法测试

为了验证本文提出的 MPSO 算法的性能, 将标准 PSO 算法、线性递减权重的 LPSO 算法、考虑随时间变化的加速因子的 LPSO-TVAC 算法和本文提出的 MPSO 算法进行对比分析。基准测试函数 Rastrigin、Griewank 是两个典型的非线性、多峰值函数, 具有多个局部极值点, 通常被用作优化算法的测试函数。基准测试函数的形式、取值范围、最优值见表 1, 测试函数图形见图 3。

表 1 测试函数

Table 1 Benchmark test functions

测试函数	表达式	x_i 取值区间	最优值
Rastrigin	$f(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	$[-5.12, 5.12]$	0
Griewank	$f(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)$	$[-600, 600]$	0

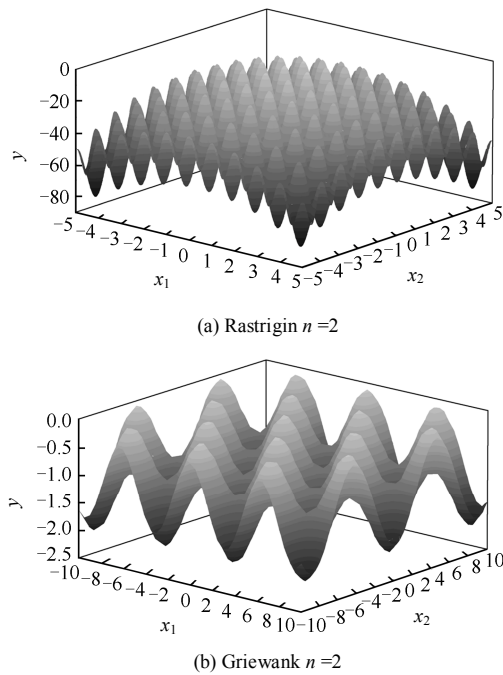


图3 基准测试函数
Fig.3 Benchmark test functions

在标准 PSO 算法中, 惯性权重 $\omega = 0.9$, 加速因子 $c_1 = c_2 = 2$ 。在 LPSO 算法中, 惯性权重 ω 线性地从 0.9 减小到 0.4, 加速因子 $c_1 = c_2 = 2$ 。在 LPSO-TVAC 算法中, $c_{1i} = c_{2f} = 2.5$, $c_{1f} = c_{2i} = 0.5$, 下标 i 和 f 分别表示加速因子的初始值和最终值。在 MPSO 算法中, 子粒群的个数 $p = 4$, 粒群的迁徙率 $r = 0.4$, 迁徙间隔等于 5, 变异概率取 $p_m = 0.2$, $iterMax = 10$ 。

对每个测试函数, 粒群规模为 40, 基准测试函数的维数分别取 10、20、30, 相应的最大迭代次数为 1 000、1 500、2 000。表 2 为对每个测试函数运行 50 次后得到最优适应度值的平均值。由表 2 可知, 各个测试函数采用 MPSO 算法得到的最优适应度值均最接近该测试函数的最优值, 表明 MPSO 算法的性能优于其他几种 PSO 算法。图 4 为粒群的最优适应度值随迭代次数的变化。可以看出, 当其他 PSO 算法都停滞不前时, MPSO 算法仍能持续演化, 这是由于在 MPSO 算法中引入了自适应的变异算子和迁徙算子, 保持了粒群的多样性, 有效地避免了算法的早熟收敛。

表 2 不同算法的基准测试函数的平均最优适应度值
Table 2 Mean best fitness values of the benchmark functions

测试函数	维数	允许最大迭代次数	平均最优适应度值			
			PSO	LPSO	LPSO-TVAC	MPSO
Rastrigin	10	1 000	38.16	3.560 0	3.180 0	2.450 0
	20	1 500	138.93	16.910 0	14.090 0	12.040 0
	30	2 000	252.32	44.300 0	42.180 0	25.960 0

Griewank	10	1 000	4.85	0.077 2	0.071 1	0.030 5
	20	1 500	38.88	0.029 6	0.024 0	0.006 5
	30	2 000	94.87	0.014 4	0.014 2	0.003 6

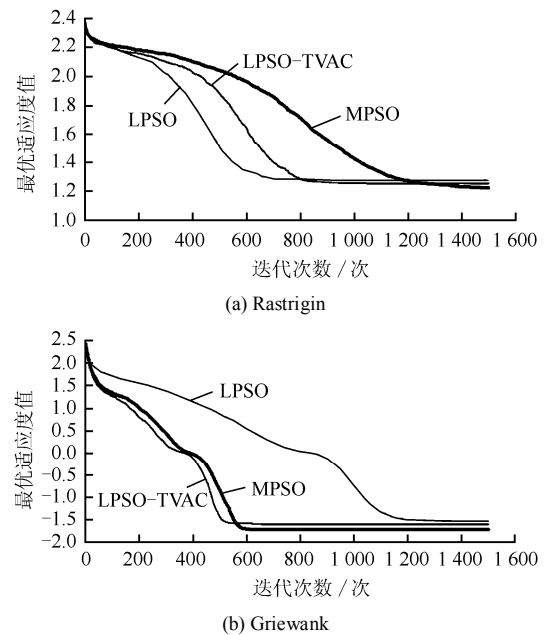


图4 PSO、LPSO-TVAC、MPSO 算法的最优适应度值的进化过程

Fig.4 Evolution of logarithmic average fitness of benchmark functions for PSO, LPSO-TVAC, MPSO

3 堆石体流变本构模型参数的反演

目前, 在高面板堆石坝流变分析中常用能模拟高围压条件的幂函数流变模型^[12]。由幂函数流变本构模型可知, 高围压下堆石料的轴向流变和体积流变均可用幂函数表示

$$\varepsilon_s(\tau) = \varepsilon_{sf}(1 - \tau^{-\lambda_s}), \quad \varepsilon_v(\tau) = \varepsilon_{vf}(1 - \tau^{-\lambda_v}) \quad (3)$$

式中: ε_{sf} 、 ε_{vf} 为某个应力状态下最终轴向流变量和最终体积流变量; $\varepsilon_s(\tau)$ 、 $\varepsilon_v(\tau)$ 分别为 $0 \rightarrow \tau$ 时段内累积的轴向和体积流变量; λ_s 、 λ_v 分别为累积轴向和体积流变的时间幂指数。

最终轴向流变量 ε_{sf} 和应力水平 s_L 、围压 σ_3 的关系如下:

$$\varepsilon_{sf} = \frac{cs_L}{1 - ds_L} \sigma_3 \quad (4)$$

λ_s 与应力水平 s_L 的关系不明显, λ_s 与围压 σ_3 可以用幂函数表达

$$\lambda_s = \eta \sigma_3^{-m} \quad (5)$$

最终体积流变量 ε_{vf} 和应力水平 s_L 、围压 σ_3 可用线性函数拟合

$$\varepsilon_{vf} = c_a s_L^{d_a} + c_\beta s_L^{d_\beta} \sigma_3 \quad (6)$$

λ_v 与应力状态关系不明显, 可将 λ_v 假定为常数。

式(3)~(6)及参数 c 、 d 、 η 、 m 、 c_a 、 d_a 、 c_β 、 d_β 、 λ_v 完整地表达了堆石体的流变特性。

将上述幂函数流变本构模型与邓肯 $E-B$ 模型或弹塑性模型结合, 进行堆石体流变的数值分析, 在文献[13]中有详细描述。

本文采用改进的粒群算法对某面板堆石坝的流变参数进行了反演分析。算法参数如下: 粒群规模为 20, $p=4$, $r=0.4$, 最大迭代次数取 1 000, $\omega_{\min}=0.4$, $\omega_{\max}=0.9$, $c_{1i}=c_{2f}=2.5$, $c_{1f}=c_{2i}=0.5$, 迁徙间隔等于 5, 变异概率 $p_m=0.2$, $iterMax=10$ 。

有限元网格及监测点布置见图 5。堆石体静力分析的邓肯 $E-B$ 模型参数见表 3, 其中, ρ_d 为干密度; φ 为内摩擦角; $\Delta\varphi$ 为内摩擦角随围岩的变化量; K 、 n 、 K_b 、 m 、 R_f 、 c 、 K_{ur} 、 n_{ur} 为无量纲模型参数。流变模型参数由长江科学院根据室内流变试验得出, 见表 4。文献[13]对 9 参数幂函数流变模型的分析得出 d 、 m 、 d_a 、 d_β 对堆石体流变变形不

敏感, 为了减小反演分析的复杂程度, 本文仅选取 c 、 η 、 c_a 、 c_β 、 λ_v 这 5 个模型参数进行反演分析, 见表 5。

反演分析的目标函数取为已有监测资料点的计算位移值与实测位移值差的二范数

$$f(x_1, K, x_5) = \left\{ \frac{1}{m'} \sum_{i=1}^{m'} [u_i(x_1, K, x_5) - u_i^*]^2 \right\}^{0.5} \quad (7)$$

式中: $x_1, x_2, \dots, x_5$ 对应一组待反演的堆石体流变参数; m' 为位移监测点个数; $u_i(x_1, x_2, \dots, x_5)$ 为第 i 个监测点流变变形的计算值; u_i^* 为相应的实测值。

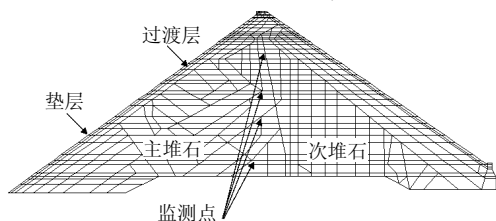


图 5 堆石坝有限元网格

Fig.5 Finite element model of CFRD

表 3 堆石 $E-B$ 模型材料参数表

Table 3 Parameters for $E-B$ model of CFRD

材料	$\rho_d / (\text{g}/\text{cm}^3)$	K	n	K_b	m	R_f	c	$\varphi / (^\circ)$	$\Delta\varphi / (^\circ)$	K_{ur}	n_{ur}
主堆石	2.15	1 100	0.35	950	0.10	0.82	0	52	8.5	2 200	0.35
次堆石	2.15	850	0.25	500	0.05	0.84	0	50	8.4	1 700	0.25
过渡料	2.18	1 000	0.40	550	0.15	0.85	0	54	8.6	2 000	0.15
垫层料	2.20	1 200	0.45	750	0.20	0.78	0	56	10.5	2 400	0.45

表 4 堆石料幂函数流变本构模型试验参数

Table 4 Experimental rheological parameters of CFRD

	c	d	η	m	c_a	d_a	c_β	d_β	λ_v
茅口组堆石	0.289 2	0.846 5	0.083 1	0.389 9	0.444 5	2.082 7	0.436 0	1.638 3	0.067 8
栖霞组堆石	1.429 6	0.285 2	0.111 6	1.038 4	0.380 8	0.652 1	0.193 6	1.006 1	0.085 1

表 5 堆石料流变参数反演结果

Table 5 Inversion rheological parameters of CFRD

材料	c	η	c_a	c_β	λ_v
茅口组堆石	0.288 6	0.051 7	0.375 8	0.671 3	0.064 3
栖霞组堆石	1.548 2	0.073 0	0.799 2	0.734 0	0.116 5

由图 6 可以看出, 大坝最大剖面 265 m 高程中心测点的反演流变参数计算的流变变形值和实测沉降在数值和发展规律上均吻合较好。采用反演流变参数进行大坝三维整体有限元仿真计算, 图 7 为考虑流变的满蓄时大坝沉降变形图, 最大沉降为

2.49 m, 与目前大坝的实测最大沉降比较接近。

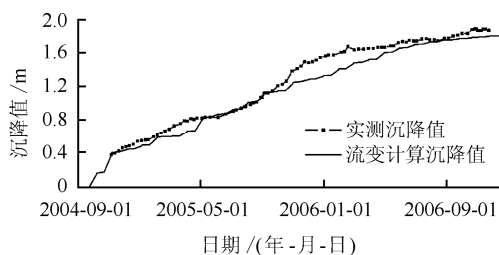


图 6 大坝 265 m 高程中心点沉降历程线

Fig.6 Settlement process of observation point in dam

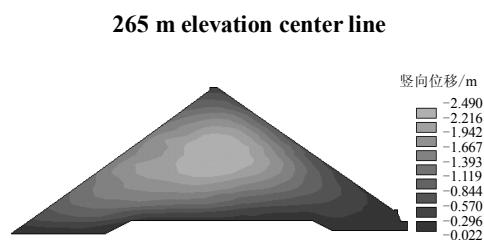


图 7 考虑流变后满蓄时大坝竖直位移云图

Fig.7 Nephogram of vertical settlements in the maximum section at the end of reservoir filling

4 结 语

在岩土工程中存在很多复杂的数学模型, 如何进行模型的参数识别, 是岩土工程中的一个基本问题, 参数的精确性和可靠度直接影响到岩土工程的经济性和安全性。受自然界物种迁徙能提高种群多样性的启发, 本文提出了一种新的改进的粒群算法(MPSO)。基准测试函数的计算结果表明, 本文提出的 MPSO 算法的性能优于其他几种算法, 在其他几种算法已经停滞不前时, 本文算法仍能持续演化。以某建成的混凝土面板堆石坝为例, 采用本文提出的 MPSO 算法对幂函数流变模型进行参数反演, 测点反演流变参数计算的流变变形与实测沉降变形在数值上和流变变形的发展规律上均吻合地较好, 说明该算法用于堆石流变参数反演是可行的, 证明本文提出的算法在多参数、强非线性的模型参数识别中的优越性。

参 考 文 献

- [1] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway, NJ: IEEE Service Center, 1995: 1942—1948.
- [2] EBERHART R C, KENNEDY J. A new optimizer using particle swarm theory[C]//Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science. Nagoya, Japan: [s. n.], 1995: 39—43.
- [3] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space[J]. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, 2002, 6(1): 58—73.
- [4] TRELEA I C. The particle swarm optimization algorithm: Convergence analysis and parameter selection[J]. **Information Processing Letters**, 2003, 85(6): 317—325.
- [5] 李亮, 迟世春, 林皋. 粒子群优化复合形法求解复杂土坡最小安全系数[J]. **岩土力学**, 2005, 26(9): 1393—1398.
LI Liang, CHI Shi-chun, LIN Gao. Improved complex method based on particle swarm optimization algorithm and its application to slope stability analysis[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(9): 1393—1398.
- [6] 郭健, 王元汉, 苗雨. 基于 MPSO 的 RBF 耦合算法的桩基动测参数辨识[J]. **岩土力学**, 2008, 29(5): 1205—1209.
GUO Jian, WANG Yuan-han, MIAO Yu. A RBF neural network coupling algorithm based on MPSO for parameter identification of piles in dynamic testing[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(5): 1205—1209.
- [7] 姜谏男, 梁冰. 基于粒子群支持向量机的三维含水层渗流参数反馈识别[J]. **岩土力学**, 2009, 30(5): 1527—1531.
JIANG An-nan, LIANG Bing. Feedback identifying seepage parameters of 3D aquifer based on particle swarm optimization and support vector machine[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(5): 1527—1531.
- [8] SHI Y, EBERHART R C. A modified particle swarm optimizer[C]//Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. Anchorage, Alaska: IEEE Press, 1998: 69—73.
- [9] YANG X M, YUAN J S, YUAN J Y, et al. A modified particle swarm optimizer with dynamic adaptation[J]. **Applied Mathematics and Computation**, 2007, 189(2): 1205—1213.
- [10] 吕振肃, 侯志容. 自适应变异的粒子群优化算法[J]. **电子学报**, 2004, 32(3): 416—420.
LÜ Zhen-su, HOU Zhi-rong. Particle swarm optimization with adaptive mutation[J]. **Acta Electronica Sinica**, 2004, 32(3): 416—420.
- [11] 高岳林, 任子晖. 带有变异算子的自适应粒子群优化算法[J]. **计算机工程与应用**, 2007, 43(25): 43—47.

-
- GAO Yue-lin, REN Zi-hui. Adaptive particle swarm optimization algorithm with mutation operator[J]. **Computer Engineering and Application**, 2007, 43(25): 43—47.
- [12] 程展林, 丁红顺. 堆石料蠕变特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(4): 473—476.
- CHENG Zhan-lin, DING Hong-shun. Creep test for rockfill[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2004, 26(4): 473—476.
- [13] 周伟. 高混凝土面板堆石坝流变本构模型理论及其应用[D]. 武汉: 武汉大学, 2004.